



Universidad Mayor de San Simón
Facultad de Ciencias Económicas
Ingeniería Comercial e Ingeniería Financiera



Problemas Propuestos de Álgebra Lineal

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+a_1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_2 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix} = a_1 a_2 \dots a_n$$



M. Sc. René Quispe Cabrera

PRÁCTICA 3: MATRICES INVERSAS

1. Mediante el método de G-J (TIPO I), determinar la inversa de las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow C^{-1} = \notin$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow D^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -3/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 8 & 9 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -16 & 33 \\ 4 & 22 & -45 \\ -4 & -23 & 47 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \notin$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 9 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow D^{-1} = \notin$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 9 \\ 4 & -6 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow E^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3/2 \\ 1 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 10 & 6 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow F^{-1} = \begin{pmatrix} 14 & -3 & -2 \\ -3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow G^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow H^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 5 \\ 3 & 9 & 10 & 9 \\ 4 & 11 & 12 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 70 & -53 & 31 & -14 \\ -36 & 28 & -16 & 7 \\ 15 & -12 & 7 & -3 \\ -4 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 7 & 8 \\ 9 & 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & -5 \\ 51 & 28 & 49 & -132 \\ 8 & 5 & 8 & -22 \\ -34 & -19 & -33 & 89 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 3 & -12 & -2 & -6 \\ -2 & 10 & 2 & 5 \\ -1 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow C^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -3 \\ -2 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & -3 \\ 4 & 6 & 12 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow D^{-1} = \notin$$

2. Mediante el método de la ecuación ($A^* A^{-1} = I_d$), determinar la inversa de las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

3. $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow C^{-1} = \notin$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow D^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -3/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

4.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 9 & 3 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 19 & -6 & -1 \\ -59 & 19 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & -2 & 11/2 \\ 2 & 1 & -3/2 \\ 1 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow C^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -16 & 7 \\ 0 & 5 & -2 \\ 1 & 9 & -4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 8 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow D^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 4 \\ -5 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow E^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & 5 & -1 \\ -9/2 & 5/2 & -1/2 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \leftarrow F^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -1 \\ -5 & 2 & 1 \\ 10 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Mediante el método de G-J (TIPO II), determinar la inversa de las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -10 & -8 \\ -4 & 7 & 6 \\ 3 & -6 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 8 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} -11/13 & 2/13 & 2/13 \\ -4 & 0 & 1 \\ 12/13 & -1/13 & -1/13 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow C^{-1} = \begin{pmatrix} -1/2 & -1 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 5 \\ 2 & 7 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow D^{-1} = \begin{pmatrix} -16 & -11 & 3 \\ 7/2 & 5/2 & -1/2 \\ -5/2 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 13 & -6 \end{pmatrix} \rightarrow E^{-1} = \nexists \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 8 & -3 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow F^{-1} = \begin{pmatrix} 29/2 & -17/2 & 7/2 \\ -5/2 & 3/2 & -1/2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Resolver las siguientes ecuaciones matriciales mediante propiedades.

$$a) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Resp. } X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Resp. } X = \begin{pmatrix} 1/2 & 3/2 & 5/2 \\ 3/2 & 1 & 3/2 \\ 2 & 3/2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Resp. } X = \nexists$$

$$d) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -8 & 7 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 4 & -1 & 6 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Resp. } X = \begin{pmatrix} 13/59 & 18/59 & -13/59 \\ 52/59 & 13/59 & 80/177 \\ 24/59 & 6/59 & -190/177 \end{pmatrix}$$